

52 GÜNDE MATEMATİK KAMPI

15. GÜN – ÜSLÜ SAYILAR

Aşağıda çözeceğimiz sorular DGS Başarı Grubumuzda çözdüğümüz soruların bazılarıdır.
Başarı grubumuzda her konu ile ilgili 80-100 arası soru çözülmektedir.
Başarı Grubuna katılmak için link videonun altında.

Bu konuda öğrenecekleriniz; Konu anlatımı + Pekiştirme soruları + Sınav modeli sorular.
Konuyu daha iyi anlamak için defter ve kalemle birlikte hazırlıklı geliniz.



ÜSLÜ SAYILAR KONU ANLATIMI

$a^n = a \cdot a \cdot a \dots \dots a$ (n tane a' nın çarpımına a' nın n. kuvveti denir).

a sayısına taban, n sayısına üs (kuvvet) denir.

Kuvvet-Üs

Bir sayının üstündeki ifadeye kuvveti denir.

$$3^2 \rightarrow + \quad 3^{-3} \rightarrow +$$

Pozitif bir sayının tüm kuvvetlerinin sonucu pozitiftir.

Negatif bir sayının;

$$(-2)^4 \rightarrow + \quad (-2)^{-4} \rightarrow +$$

- Parantez dışındaki çift kuvvetinin sonucu pozitiftir. (Çift kuvvet negatif de olabilir, pozitif de. Her iki durumda da sonuç pozitif olur.)
- Diğer tüm durumlarda negatiftir. (Parantez olmaması, parantez olup kuvvetin parantez içinde olması vs)

Çift ve Tek Kuvvet

Her sayının parantez dışındaki çift kuvveti pozitiftir. Tabanı pozitif olan sayılarda kuvvetin pozitif ya da negatif olması çok önemli değildir. Kuvvetin tek ya da çift olması, parantez olup olmaması, kuvvetin parantez içinde veya dışında olması gibi durumlar tabanı negatif olan sayılar için çok önemlidir.

0. Kuvvet

- Pozitif her sayının 0. Kuvveti 1' dir.
- Negatif sayıların parantez üstündeki 0. kuvvetleri 1, parantez içindeki veya parantez olmadan 0. Kuvvetleri -1' dir.

$$5^0 = 1, \quad \left(\frac{3}{4}\right)^0 = 1, \quad (-3)^0 = 1$$

$$(-3)^0 = -1, \quad -3^0 = -1$$



(-1)' in Kuvvetleri

$$(-1)^n = \begin{cases} 1, & n \text{ çift} \\ -1, & n \text{ tek} \end{cases}$$



$$\begin{aligned} (-1)^4 &= + & (-1)^4 &= -1 \\ (-1)^3 &= -1 & (-1)^{-3} &= -1 \end{aligned}$$

Örnek 1:

İşleminin sonucu nedir?

$$\begin{aligned} & \left(\frac{-3}{5}\right)^0 - (-1)^{2021} + (-1)^{2022} \\ & \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ & +1 - (-1) + 1 \\ & \hline & +1 + 1 + 1 = +3 \end{aligned}$$

Negatif Üs

$$(-4)^{-2} \quad (-3)^{-4}$$

Negatif üstün görevi tabanı ters çevirmektir.

Taban ters çevrilince negatif üs pozitif olur. İşarete etkisi yoktur.

$$\begin{aligned} -3^{-2} &\neq (-3)^{-2} \\ -\frac{1}{9} &\neq +\frac{1}{9} \end{aligned}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Örnek 2:

a) $3^{-2} = \frac{1}{9}$

b) $(-7)^{-2} = +\frac{1}{49}$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3^3}{2^3} = \frac{27}{8}$

d) $\left(-\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{2^3}{3^3} = -\frac{8}{27}$



Üslü Sayılarda Dört İşlem

Toplama – Çıkarma

$$3^4 + 3^5 \neq 3^9 \quad 2^5 + 3^5 \neq 5^5$$

Üslü sayılarda toplama ve çıkarma yapabilmek için **taban ve üs aynı** olmalıdır.

$$a \cdot x^n + b \cdot x^n - c \cdot x^n = (a + b - c) \cdot x^n$$

Örnek 3:

$$a) 3 \cdot 2^a - 2^a + 7 \cdot 2^a = 2^a (3 - 1 + 7) = 9 \cdot 2^a$$

$$b) 8 \cdot 3^x - \frac{2}{3^{-x}} - 4 \cdot 3^x = 8 \cdot 3^x - 2 \cdot 3^x - 4 \cdot 3^x = 3^x (8 - 2 - 4) = 2 \cdot 3^x$$

$$c) 3 \cdot 10^4 - 4 \cdot 10^4 + \frac{10.000}{10^4} = 3 \cdot 10^4 - 4 \cdot 10^4 + 10^4 = 10^4 (3 - 4 + 1) = 0 \cdot 10^4 = 0$$

Çarpma

Özellik 1: Tabanları aynı olan üslü ifadelerin üsleri toplanır.

$$a^n \cdot a^m = a^{m+n}$$

$$2+3+4+\dots+8 = \frac{7 \cdot 10}{2} = 35$$

Örnek 4:

$$a) 2^{-1} \cdot 2^0 \cdot 2^1 \dots \dots 2^8 = 2^{-1+0+1+2+\dots+8} = 2^{35}$$

$$b) (3)^{-4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-5} = 3^{-4} \cdot 3^5 = 3^{-4+5} = 3^1 = 3$$

$$c) 4^{m-1} \cdot 4^{2-2m} \cdot 4^{2m} = 4^{m-1+2-2m+2m} = 4^1 = 4$$

Özellik 2: Üsleri aynı olan üslü ifadelerin tabanları çarpılır.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$24^x = 8^x \cdot 3^x = 2^x \cdot 2^x \cdot 2^x \cdot 3^x$$

Örnek 5:

$$a) 2^x \cdot 3^x \cdot 5^x = 30^x$$

$$b) 8^6 \cdot 16^6 \cdot (32)^{-6} = 8^6 \cdot 16^6 \cdot \frac{1}{32^6}$$



$$\left(\frac{8 \cdot 16}{32}\right)^6 = 4^6$$

Bölme

Özellik 1: Tabanları aynı olan üslü ifadelerin **üsleri çıkarılır**. (Payın üssünden, paydanın üssü çıkarılır)

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Özellik 2: Üsleri aynı olan üslü ifadelerin tabanları bölünür ve ortak üs yazılır.

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

Örnek 6:

$$a) \frac{4^6}{2^3} = \frac{(2^2)^6}{2^3} = \frac{2^{12}}{2^3} = 2^{12-3} = 2^9$$

$$b) \frac{2^5 \cdot 2^6}{4^5} = \frac{2^5 \cdot 2^6}{(2^2)^5} = \frac{2^{11}}{2^{10}} = 2^{11-10} = 2$$

$$c) \frac{6^{-6}}{6^{-4}} = 6^{-6 - (-4)} = 6^{-6+4} = 6^{-2} = \frac{1}{36}$$

$$d) \frac{4^5 \cdot 16^5}{32^5} = \left(\frac{4 \cdot 16}{32}\right)^5 = 2^5 = 32$$

Üssün Üssü

Üssün üssü alınırken üsler çarpılır.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$



Örnek 7:

$$a) (4^2)^3 = 4^6 = (2^2)^6 = 2^{12}$$

$$b) (-3^2)^3 \rightarrow - \rightarrow (-3^6)$$

$$c) (-3^3)^2 \rightarrow + \rightarrow (-3)^6$$

$$d) (-2^{-2})^{-3} \rightarrow (-2^6) = -64$$

$$(-2^{-3})^{-2} = (-2)^6 = +64$$

Uyarı:

$$(a^x)^y \neq a^{(x^y)}$$

$$(2^2)^3 = 2^6 = 64$$

$$2^{(2^3)} = 2^8 = 256$$

Üslü Denklemler

1.Durum: Tabanlar aynı

Tabanları aynı olan birbirine eşit iki üslü denklemin **üsleri de aynı** olmalıdır.

$$a^m = a^n \text{ ise } m=n$$

Örnek 8:

$$4^{x-2} = 64$$

Olduğuna göre, 3^{x-2} ifadesinin sonucu kaçtır?

$$\begin{aligned} 4^{x-2} &= 4^3 & x-2 &= 3 \\ \rightarrow 3^{x-2} &= 3^3 & &= 27 \end{aligned}$$

Örnek 9:

$$(27)^{3n-1} = (81)^{n+3}$$

Olduğuna göre n kaçtır?

$$\begin{aligned} (3^3)^{3n-1} &= (3^4)^{n+3} \\ 3^{9n-3} &= 3^{4n+12} \\ 9n-3 &= 4n+12 & 5n &= 15 \\ & & n &= 3 \end{aligned}$$



3.Durum: Ortak Özellik

a ve b, 1' den farklı olmak üzere,

$$\begin{aligned} a^x &= b^y \\ a^n &= b^m \\ \frac{x}{n} &= \frac{y}{m} \end{aligned}$$



Örnek 13:

$$5^x = 3$$

$$81^y = 25 \Rightarrow 5^2 = 3^{4y}$$

Olduğuna göre x.y çarpımının sonucu kaçtır?

$$\begin{aligned} 5^x &= 3^1 \\ 5^2 &= 3^{4y} \end{aligned}$$

$$\frac{x}{2} \neq \frac{1}{4y}$$

$$4xy = 2 \quad xy = \frac{1}{2}$$

4.Durum: Sonuç 1 ise

$$a^n = 1 \text{ ise } \begin{cases} a = 1 \\ a = -1, n \text{ çift} \\ n = 0 \text{ ve } a \neq 0 \end{cases}$$

Örnek 14:

$$-4 + 5 = +1$$

$$(x - 4)^{x^2 - 16} = 1$$

$$\downarrow \text{hanifi} = 1$$

Denklemini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

$$(-1)^2 = +1$$

$$2020^0 = +1$$

$$\textcircled{1} x - 4 = 1 \quad x = 5$$

$$\textcircled{2} x - 4 = -1 \quad x = 3 \quad \frac{x^2 - 16}{9 - 16} = -7$$

$$\textcircled{3} x^2 - 16 = 0 \quad x^2 = 16 \quad x = 4 \quad x = -4$$

$$x = 4 \text{ için } 0^0 \neq 1 \quad 0^0 \rightarrow \text{belirsiz}$$