ozelogrenci.com
Başarıya açılan penceresiz...

MUTLAK DEĞER

Bir sayının sayı doğrusunda sıfıra olan uzaklığına o sayının mutlak değeri denir ve $|x|$ ile ifade edilir.

$$|x| = \begin{cases} x & , x>0 \\ 0 & , x=0 \\ -x & , x<0 \end{cases}$$

$x>0$ için $|x| = x$

$x<0$ için $|x| = -x$

$x<0$ için $|-x| = -x$

$x>0$ için $|-x| = x$

:) Köklü ifadelerde derece çift iken sayılar dışarıya mutlak değerli çıkar, tek iken mutlak değere gerek yok.

$\sqrt{a^2} = |a|$

$\sqrt{a^2b^2} = |ab|$

$\sqrt[3]{a^3} = a$

$\sqrt{a^2-2ab+b^2} = \sqrt{(a-b)^2} = |a-b|$

1) $a<0<b$ olmak üzere

$|a| - |b| - \sqrt{a^2-2ab+b^2} - \sqrt{b^2}$ işleminin sonucu nedir?

$\underbrace{|a|}_{-} - \underbrace{|b|}_{+} - \underbrace{|a-b|}_{-} - \underbrace{|b|}_{+}$

$-a-(b)-(-a+b)-(b)$

$= -\cancel{a}-b+\cancel{a}-b-b$

$= -3b$

2) $x<-3$ olmak üzere

$|x+2| - |-x| + 5$ ifadesinin eşiti nedir?

$\underbrace{|x+2|}_{-} - \underbrace{|-x|}_{+} + 5$

$-x-2-(-x)+5 = -\cancel{x}-2+\cancel{x}+5 = 3$

3) $x<0<y$ olmak üzere

$|x| + |x-3y| + |y-x| + |y|$ ifadesinin eşiti nedir?

$\underbrace{|x|}_{-} + \underbrace{|x-3y|}_{-} + \underbrace{|y-x|}_{+} + \underbrace{|y|}_{+}$

$-x-x+3y+y-x+y$

$= -3x+5y$

4) $|x|>x$ olmak üzere

$\left|x-\left|x+|3x|\right|\right|$ ifadesinin eşiti nedir?

$|x|>x \Rightarrow x<0$

$\left|x-\left|x+\underbrace{|3x|}_{-}\right|\right| = \left|x-|x-3x|\right|$

$= \left|x-\underbrace{|-2x|}_{+}\right| = |x-(-2x)|$

$= \underbrace{|3x|}_{-} = -3x$

5) $x<1$ olmak üzere

$\sqrt{x^2-2x+1} + \sqrt{x^2-4x+4} = 7$ eşitliğini sağlayan x değeri nedir?

$\underbrace{|x-1|}_{-} + \underbrace{|x-2|}_{-} = 7$

$-x+1-x+2 = 7$

$-2x+3 = 7$

$-2x = 4$

$\Rightarrow x = -2$

www.ozelogrenci.com
www.ozelogrenci.com
www.ozelogrenci.com
ozelogrenci.com
Başarıya açılan penceresiz...
0544 256 33 77 Alo Ders

ozelogrenci.com
Başarıya açılan pencereniz...

• Mutlak değerin özellikleri:

$a \in \mathbb{R}^+$ için $|x| = a \Rightarrow x = a$ ya da $x = -a$ dır.

6) $|x-4| = 2012!$ denkleminin kökleri toplamı nedir?

$x - 4 = 2012! \Rightarrow x = 2012! + 4$

$x - 4 = -2012! \Rightarrow x = -2012! + 4$

$\cancel{2012!} + 4 - \cancel{2012!} + 4 = 8$

7) $|2x-3| = 15$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

$2x - 3 = 15$ ya da $2x - 3 = -15$

$2x = 18$ $\quad$ $2x = -12$

$x = 9$ $\quad$ $x = -6$

$\{-6, 9\}$

8) $||x-4|-3| = 10$ denklemini sağlayan x in tam sayı değerleri toplamı nedir?

$|x-4| - 3 = 10$ veya $|x-4| - 3 = -10$

$|x-4| = 13$ $\quad$ $|x-4| = -7$

$x - 4 = 13$ $\quad$ $x - 4 = -13$ $\quad$ Ç.K: $\emptyset$

$x = 17$ $\quad$ $x = -9$ $\quad$ $(17) + (-9) = 8$

9) $||x-3| - 7| = 3$ eşitliğinin çözüm kümesi nedir?

$|x-3| - 7 = 3$ ya da $|x-3| - 7 = -3$

$|x-3| = 10$ $\quad$ $|x-3| = 4$

$x - 3 = 10 \Rightarrow x = 13$ $\quad$ $x - 3 = 4 \Rightarrow x = 7$

$x - 3 = -10 \Rightarrow x = -7$ $\quad$ $x - 3 = -4 \Rightarrow x = -1$

$\{13, -7, 7, -1\}$

Eğer değişkenlerin işaretleri belli değilse $|x| = |-x|$ tir.

Yani $|x-1| = |1-x|$

$|3-2x| = |2x-3|$

$|a| = |-a|$

10) $|1-x| + |x-1| = 10$ denkleminde x in alacağı tam sayı değerleri toplamı nedir?

$|1-x| = |x-1|$ olduğundan

$2|x-1| = 10$

$|x-1| = 5$

$x - 1 = 5 \Rightarrow x = 6$
$x - 1 = -5 \Rightarrow x = -4$ $\Big\}$ $6 + (-4) = 2$

11) $|2x-1| + |3-6x| = 12$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

$|2x-1| + 3|2x-1| = 12$

$4|2x-1| = 12$

$|2x-1| = 3$

$2x - 1 = 3 \Rightarrow x = 2$

$2x - 1 = -3 \Rightarrow x = -1$

12) $|x-2|^2 + |2-x| - 2 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz?

$|x-2| = t$

$t^2 + t - 2 = 0$

$t \quad +2$

$t \quad -1$

$t = -2$ ya da $t = 1$

$|x-2| = -2$ $\quad$ $|x-2| = 1$

Ç.K: $\emptyset$ $\quad$ $x - 2 = 1 \Rightarrow x = 3$

$x - 2 = -1 \Rightarrow x = 1$

$\{3, 1\}$

www.ozelogrenci.com
www.ozelogrenci.com
www.ozelogrenci.com
www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Başarıya açılan pencereniz...

ozelogrenci.com
Başarıya açılan pencereniz...

$|a|=|b|$ ise $a=b$ ya da $a=-b$ dir.

13) $|x^2+x-20| = |x-4|$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

$x^2+x-20 = x-4$ ya da $x^2+x-20 = -x+4$

$x^2-16 = 0$

$x=4$

$x=-4$

$x^2+2x-24 = 0$

$x \quad +6$

$x \quad -4$

$x=-6$

$x=4$

$\{4, -4, -6\}$

14) $|a^2-2a-8| = |a+2|$ denkleminin farklı köklerinin toplamı nedir?

$a^2-2a-8 = a+2$ ya da $a^2-2a-8 = -a-2$

$a^2-3a-10 = 0$

$a \quad -5$

$a \quad +2$

$a=5$ ya da $a=-2$

$a^2-a-6 = 0$

$a \quad -3$

$a \quad +2$

$a=3$ ya da $a=-2$

$5+(-2)+(3)=6$

Mutlak değerin içini sıfır yapan nokta **KRİTİK NOKTA** dır.

$|ax+b|+|cx+d|$ ifadesinin alacağı en küçük değer vardır. Bu değer kritik noktalara karşılık gelir. Kritik noktalar tek tek yerine yazılır ve en küçüğü alınır.

15) x bir reel sayı olmak üzere $|x-13|+|x-20|$ ifadesinin alacağı en küçük tam sayı değeri nedir?

$x=13$ için $|13-13|+|13-20| = |0|+|-7| = 7$

$x=20$ için $|20-13|+|20-20| = |7|+|0| = 7$

En küçük değeri 7 dir.

$y=|ax+b|-|cx+d|$ ifadesinin alacağı en büyük değerde vardır, en küçük değerde vardır. Bu değerler yine kritik noktalara karşılık gelir.

16) x bir reel sayı olmak üzere $A=|x-2009|-|x-2000|$ olduğuna göre A nın en büyük ve en küçük tam sayı değerleri nedir?

$x=2009$ için $A=-9$ (en küçük)

$x=2000$ için $A=9$ (en büyük)

17) $|x-30|-|x+40|$ ifadesinin kaç farklı tam sayı değeri vardır?

$x=30$ için -70

$x=-40$ için 70

$[-70, 70]$ aralığında değer alır.

$\Downarrow$

141 tane tam sayı vardır.

Mutlak değerli ifadelerin toplamları sıfır ise her biri ayrı ayrı sıfırdır.

$|a|+|b|=0 \Rightarrow a=0, \; b=0$

$|a|+|b|+|c|=0 \Rightarrow a=0, \; b=0, \; c=0$

18) $|2a-8|+|3a+2b-10| = 0$ ise $a.b$ nedir?

$2a-8=0 \Rightarrow a=4$

$3a+2b-10=0$

$\downarrow$

4

$12+2b-10=0 \Rightarrow 2b=-2$

$b=-1$

$a.b=-4$

ozelogrenci.com
Başarıya açılan pencereniz...

www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Başarıya açılan pencereniz...

19) $|3x-2y-10|+|2x+y-9|=0$ olduğuna göre $x+y$ nedir?

$3x-2y-10=0 \Rightarrow 3x-2y=10$

$2/2x+y=9$

$3x-\cancel{2y}=10$

$4x+\cancel{2y}=18$

$+$

$7x=28 \Rightarrow x=4$

$y=1$

$x+y=5$

• Mutlak değerli eşitsizlikler:

$|f(x)|<a \Rightarrow -a<f(x)<a$

$|f(x)|\leq a \Rightarrow -a\leq f(x)\leq a$

$|f(x)|>a \Rightarrow f(x)>a$ ya da $f(x)<-a$

$|f(x)|\geq a \Rightarrow f(x)\geq a$ ya da $f(x)\leq -a$

$a<|f(x)|<b \Rightarrow a<f(x)<b$

$a<-f(x)<b$.

19) $|x-4|\leq 5$ eşitsizliğini sağlayan x in tam sayı değerleri toplamı nedir?

$-5\leq x-4\leq 5$

$-1\leq x\leq 9$

$\hookrightarrow -1+0+1+2+\dots+9=44$

20) $|2x-1|<7$ eşitsizliğini sağlayan x in tam sayı değerleri kaç tanedir?

$-7<2x-1<7$

$-6<2x<8$

$-3<x<4$

$\hookrightarrow \{-2,-1,0,1,2,3\}$

6 tanedir.

21) $|x+3|\geq 4$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

$x+3\geq 4$ ya da $x+3\leq -4$

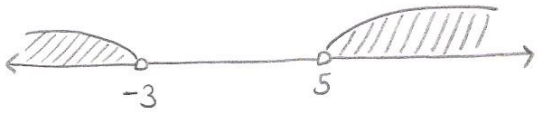
$x\geq 1$ $\quad$ $x\leq -7$

$(-\infty,-7]\cup[1,+\infty)$

22) $|x-1|>4$ eşitsizliğini sağlayan x in tam sayı değerleri toplamı nedir?

$x-1>4$ ya da $x-1<-4$

$x>5$ $\quad$ $x<-3$



$x<-3 \Rightarrow -4,-5,\cancel{-6},\cancel{-7},\cancel{-8},\dots$

$x>5 \Rightarrow \cancel{6},\cancel{7},\cancel{8},\dots$

toplamları: -9

23) $3\leq|3x-1|\leq 7$ eşitsizliğini sağlayan x in tam sayı değerleri kaç tanedir?

$3\leq 3x-1\leq 7$ ya da $3\leq -3x+1\leq 7$

$4\leq 3x\leq 8$ $\quad$ $2\leq -3x\leq 6$.

$\frac{4}{3}\leq x\leq\frac{8}{3}$ $\quad$ $-2\leq x\leq -\frac{2}{3}$

$\downarrow$ $\quad$ $\downarrow$

2 $\quad$ -2 -1

$\underbrace{\{2,-2,-1\}}_{}$

3 tanedir.

www.ozelogrenci.com
www.ozelogrenci.com
www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Başarıya açılan pencereniz...

ozelogrenci.com
Başarıya açılan pencereniz...

24) $5 < |x-1| - 2 \leq 6$ eşitsizliğini sağlayan x'in tam sayı değerleri çarpımı nedir?

$7 < |x-1| \leq 8$

$7 < x-1 \leq 8$ yada $7 < -x+1 \leq 8$

$8 < x \leq 9$ $\qquad$ $6 < -x \leq 7$

$\downarrow$ $\qquad$ $-7 \leq x < -6$

9 $\qquad$ $\downarrow$

-7

$9.(-7) = -63$

25) $\dfrac{5}{|x-3|} > 1$ eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?

$|x-3| < 5$

$-5 < x-3 < 5 \Rightarrow -2 < x < 8$

$\hookrightarrow \{-1, 0, 1, 2, \cancel{3}, 4, 5, 6, 7\}$

8 tanedir.

26) $|x-3| + |x+4| = 8$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

		-4		3	
$\lvert x-3\rvert$	$-$		$-$	0	$+$
$\lvert x+4\rvert$	$-$	0	$+$		$+$
	$-x+3-x-4=8$ $-2x-1=8$ $-2x=9$ $x=-\frac{9}{2}$		$-x+3+x+4=8$ $7 \neq 8$ ç.k: $\emptyset$		$x-3+x+4=8$ $2x+1=8$ $2x=7$ $x=7/2$

$\left\{-\frac{9}{2}, \frac{7}{2}\right\}$

27) $|x-4| + |x+7| = 11$ denklemini sağlayan x'in tam sayı değerleri toplamı nedir?

		-7		4	
$\lvert x-4\rvert$	$-$		$-$	0	$+$
$\lvert x+7\rvert$	$-$	0	$+$		$+$
	$-x+4-x-7=11$ $-2x-3=11$ $-2x=14$ $x=-7$		$-x+4+x+7=11$ $11=11$ ç.k: $\mathbb{R}$ buradaki bütün tam sayılar $\{-6, \dots, 3\}$		$x=4$ $[-7, 4]$ $\cancel{-7}, \cancel{-6}, \cancel{-5}, \cancel{-4}, \cancel{-3}, \dots, \cancel{3}, \cancel{4}$ $= -18$

28) $|x-1| + |x+5| = 8$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

		-5		1	
$\lvert x-1\rvert$	$-$		$-$	0	$+$
$\lvert x+5\rvert$	$-$	0	$+$		$+$
	$-x+1-x-5=8$ $-2x-4=8$ $-2x=12$ $x=-6$		$-x+1+x+5=8$ $6 \neq 8$ ç.k: $\emptyset$		$x-1+x+5=8$ $2x+4=8$ $2x=4$ $x=2$

$\{-6, 2\}$

www.ozelogrenci.com
www.ozelogrenci.com
www.ozelogrenci.com
ozelogrenci.com
Başarıya açılan pencereniz...